

REPONSE D'UN DIPOLE RC A UN ECHELON DE TENSION

Buts de la manipulation :

Enregistrer avec une interface d'acquisition les variations de la tension aux bornes du condensateur.

Modéliser cette tension.

Utiliser la méthode numérique d'Euler (cette activité est conçue comme une présentation guidée de la méthode)

Prérequis :

Condensateur : capacité ; relations $q = C.u$ et $i = dq/dt$

Lois des tensions

Objectifs :

Compétences expérimentales

- Analyser les résultats expérimentaux

Compétences manipulatoires

- Suivre un protocole et utiliser le matériel prescrit
- Réaliser un montage à partir d'un schéma ou d'un protocole

Compétences scientifiques

- Identifier les paramètres jouant un rôle dans un phénomène physique
- Associer un modèle à un phénomène
- Utiliser des unités adaptées
- Construire une courbe à partir d'un ensemble de mesures et l'exploiter
- Savoir exploiter une courbe

Compétences transversales

- Utiliser les fonctions du programme de mathématiques
- Utiliser la notion d'équation différentielle
- Exploiter un tableau de valeurs
- Utiliser l'ordinateur pour acquérir et/ou traiter des données expérimentales
- Produire un document en utilisant les technologies de l'information et de la communication

Matériel :

Générateur de tension ajustable $E = 5,0 \text{ V}$;

Résistance $R = 1,0 \text{ k}\Omega$; Condensateur : $C = 220 \text{ }\mu\text{F}$;

Fils conducteurs ; Interrupteur ;

Multimètre ;

Interface Bora Eurosmart ;

Logiciel d'acquisition : Synchronie 2000 ;

Le protocole proposé peut être facilement adapté à d'autres systèmes (Orphy, Jeulin, etc.)

Logiciel de traitement : Excel.

REPONSE D'UN DIPOLE RC A UN ECHELON DE TENSION

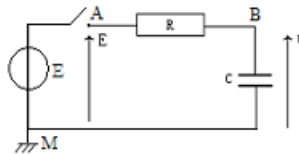
Objectifs :

- Enregistrer avec une interface d'acquisition les variations de la tension aux bornes du condensateur.
- Modéliser cette tension.
- Utiliser la méthode numérique d'Euler.

1- Acquisition

Protocole :

- Réaliser le circuit ci-contre.
- R = 1,0 kΩ et C = 220 μF ; E = 5,0 V.
- ⓘ S'assurer que le condensateur est déchargé, pour le vérifier, éventuellement, placer un voltmètre aux bornes du condensateur.
- Brancher l'interface : voie 0 en A, voie 1 en B et la masse M.
- Configurer l'acquisition.



Question :

En 1 s environ, le condensateur est chargé. Montrer que les choix de configuration :
 nombre de points : 60,
 et durée entre deux échantillons : 20 ms,
 sont compatibles avec la durée de charge.

- Lancer l'acquisition et fermer l'interrupteur.

2- Traitement par modélisation logiciel

- Effectuer une modélisation par logiciel en utilisant la fonction suivante :
 $Y = E * (1 - \exp(-t/\tau))$
 Éventuellement si la modélisation diverge, indiquer des valeurs vraisemblables de E et tau après avoir cocher ces paramètres de calcul.
- Cliquer sur calculer ou optimiser.
- Noter les valeurs calculées et fermer la fenêtre de calcul.

Questions :

Indiquer l'équation obtenue.
 Comparer la valeur de la constante de temps tau calculée à celle que l'on peut estimer en utilisant les caractéristiques du circuit.
 Comment expliquez-vous les différences ?

**Commandes de Synchronie 2000
Configuration de l'acquisition**

Menu Paramètres - Entrées

- Voie 0 : Automatique
- Voie 1 : Automatique

Menu Paramètres Acquisitions

Réglages :

- Points : 60
- Durée
 Échantillon : 20 ms
 Total : 1,2 s
- Déclenchement
 Voie 0 : synchronisation montante sur 1 V
 Ne pas afficher la voie 0.

Lancer l'acquisition par **F10**

**Commandes de Synchronie 2000
Configuration de l'affichage**

Menu Paramètres - Courbes

- Sélectionner **EA1** et cocher Fenêtre **1**
- Éventuellement renseigner Nom : **u**
- Sélectionner Style : **+**
- Sélectionner **EA0** et décocher Fenêtre **1**

**Commandes de Synchronie 2000
Modélisation**

Menu Traitements - Modélisation

Renseigner les rubriques :

Variable à modéliser :
 Nom : EA1 ou u

Définition du modèle :
 Nom : Modèle

Fonction... sélectionner **autre fonction**
 $Y = E * (1 - \exp(-t/\tau))$

Cliquer sur **calculer**

Noter les valeurs de E et tau calculées

Sortir par **Quitter**.

3- Calcul numérique utilisant la méthode d'Euler

A- Enregistrer le fichier en utilisant le format .txt pour permettre de l'utiliser dans Excel.

B- Démarrer Excel et ouvrir le fichier précédent.

- Nommer les colonnes t et u(mes)
- Procéder à l'affichage de la courbe représentant les variations de la tension u aux bornes du condensateur en fonction du temps en utilisant l'Éditeur graphique.

C- Introduction à la méthode d'Euler

Équation différentielle :

$$u + RC \frac{du}{dt} = E$$

$$\text{ou} \quad \frac{1}{RC} u + \frac{du}{dt} = \frac{E}{RC}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{du}{dt} = -\frac{1}{RC} u + \frac{E}{RC}$$

$$\text{On pose : } a = \frac{du}{dt} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{E}{RC} - \frac{1}{RC} u$$

Principe de la méthode :

Soit un pas Δt petit (correspondant à celui de l'acquisition : $\Delta t = 0,02$ s).

Supposons que le calcul soit effectué entre les dates t_n et t_{n+1} :

$$\Delta u = u_{n+1} - u_n \quad \text{et} \quad a_n = \frac{u_{n+1} - u_n}{\Delta t}$$

$$\text{donc} \quad u_{n+1} = u_n + a_n \cdot \Delta t \quad [1] \quad \text{et} \quad a_n = \frac{E}{RC} - \frac{1}{RC} u_n \quad [2]$$

Ces deux équations constituent la base des calculs.

Cependant il faut connaître les conditions initiales :

À $t = 0$:

$$u_0 = 0 \quad (\text{le condensateur n'est pas chargé}) ;$$

$$a_0 = \frac{E}{RC}$$

(il faudra indiquer la valeur correspondante, environ 22,7 d'après les données du circuit)

Calculer cette valeur en utilisant le résultat de la modélisation effectuée par logiciel :

$$a_0 = \frac{E}{RC} = \frac{E}{\tau}$$

Commandes de Synchronie 2000 Exporter un fichier au format txt

Menu **Fichiers** - **Enregistrer sous**

Dans **Type**, sélectionner **txt**

Nommer le fichier

Cliquer sur **Enregistrer**

Renseigner la fenêtre :

Choix des variables :

T

u (ou EA1)

Choix des séparateurs :

Virgule

Tabulation

Valider

Dans le tableur Excel :

Il suffit :

- d'écrire la valeur initiale de u : $u_0 = 0$ et $a_0 = 22,7$
- de choisir un pas Δt petit : $\Delta t = 0,02$ s
- de recopier la formule [2] autant de fois que nécessaire pour atteindre $u = E$.

- Nommer deux colonnes supplémentaires : $u(\text{cal})$ et a
- Sur la ligne du tableur correspondant à $t = 0$, indiquer les valeurs initiales de u_0 et a_0 .
- Sur la ligne suivante indiquer les formules (commençant par le signe =) :

	A	B	C	D	E	F
1	t (s)	u(mes) en V	u(cal)	a		
2	0	0,022	0	22,7		
3	0,02	0,408			22,7-C3/0,22	
4	0,04	0,769				
5	0,06	1,096				
6	0,08	1,404				

① Dans l'exemple ci-dessus, les valeurs **22,7** et **0,22** sont à modifier en utilisant les résultats de la modélisation par logiciel.

- Recopier ensuite les formules écrites dans les cellules C3 et D3 jusqu'à la fin du tableau de saisie.
- Procéder à l'affichage de la courbe $u(\text{cal})$ en fonction de t sur la même feuille graphique que $u(\text{mes})$.

Comparer les courbes expérimentale et calculée.

- Si nécessaire modifier les valeurs numériques de RC et a_0 ($= \frac{E}{RC}$); dans ce cas il faut modifier les cellules D2 et D3 puis recopier la nouvelle formule indiquée en D3 jusqu'en bas du tableau.
- Enregistrer la feuille de calculs Excel.

Questions :

Lorsque l'ajustement paraît satisfaisant noter la valeur retenue de $\tau = RC$ et la comparer à celle qui a été calculée lors de la modélisation par logiciel.

Se renseigner auprès du professeur sur la précision des valeurs de R et C indiquées sur les composants utilisés. Quelle est la valeur de τ qu'il faut retenir : celle calculée par modélisation ou celle déduite des valeurs indiquées sur les composants ?

REPONSE D'UN DIPOLE RC A UN ECHELON DE TENSION

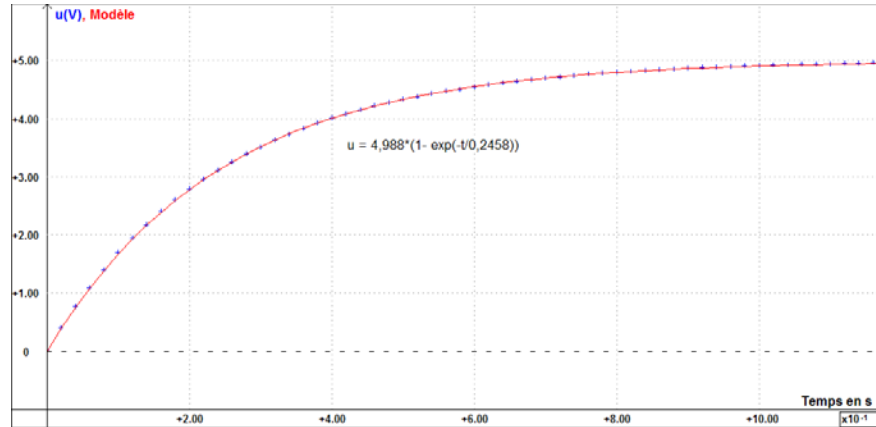
CORRECTION

La méthode d'Euler n'est pas explicitement au programme pour cette partie, cependant il paraît opportun de l'introduire dans une situation expérimentalement plus simple que la chute avec frottement, ne serait-ce que pour comparer les différentes approches dans un cas où il est possible de le faire.

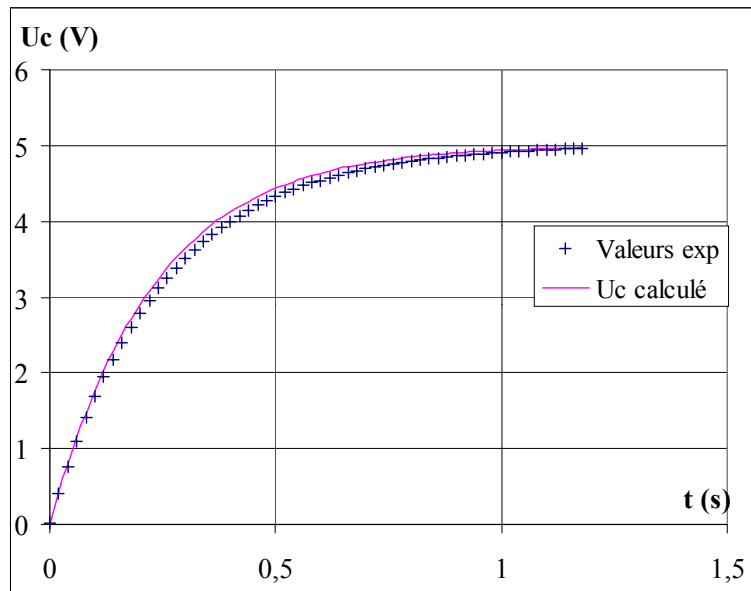
Il est possible de simplifier l'écriture des formules utilisées par la méthode d'Euler en utilisant une seule colonne de calculs, cette simplification peut être signalée aux élèves mais elle nous paraît plus difficile à comprendre.

S'agissant d'une première présentation de la méthode d'Euler, il ne nous a pas paru opportun de discuter, dans cette séquence, de la pertinence du choix du pas de calcul. Cette discussion pourrait faire l'objet d'une activité ultérieure.

Acquisition et modélisation effectuées avec Synchronie 2000 :



Utilisation de la méthode d'Euler (logiciel Excel)



U_c calculé a été volontairement « non optimisé » pour faire apparaître la courbe. En choisissant $RC = 0,26$ (en seconde), l'ajustement aux valeurs expérimentales est satisfaisant. Cette valeur est concordante avec celle calculée par le logiciel Synchronie 2000.